

NW 型双自由度行星轮系的可靠性研究

梁鹏飞 梁永直 王红利

(太原理工大学机械工程学院, 太原 030024)

摘要 通过建立 NW 型双自由度行星轮系的齿数优化模型和可靠度模型, 推导出以两个输入构件转速和转矩为变量的构件负载与寿命关系表达式。结合实例, 运用齿数优化结果, 研究了负载、齿宽和速比分配系数等因素对太阳轮以及整个系统可靠性的影响。研究表明: 合理配置齿数尤其太阳轮的齿数, 对系统可靠度有举足轻重的作用; 在一个输入动力参数不变的情况下, 系统的可靠度随速比分配系数和负载的增大而减小, 随齿宽的增大而增大。

关键词 双自由度 行星传动 齿数优化 可靠性

中图分类号 TH132.425; 文献标志码 A

目前学术界对 NGW 型行星传动的研究极为广泛, 已涉及自由振动分析、运动特性分析和振动抑制分析等多个方面^[1]。近些年, 不少研究者又将可靠性设计方法应用到单级 NGW 型行星传动中, 胡青春等更是将其应用到单自由度双级 NGW 型封闭行星轮系中, 使 NGW 型行星轮系的理论变得更加丰富^[2]。然而, 关于 NW 型行星传动的研究报告却较少, 大多都只是出于初步探索阶段。NW 型传动具有机构紧凑、传动比大和承载能力高等 NGW 型传动不具备的优点, 故常用于 NGW 型不适用的径向尺寸受限、传动比较大的场合^[3]。

本文通过建立 NW 型双自由度行星传动的可靠度模型, 对负载、齿宽和速比分配系数等因素对太阳轮以及整个系统可靠性的影响进行了研究。

1 速度参量求解

如图 1 所示为 NW 型行星轮系示意图。

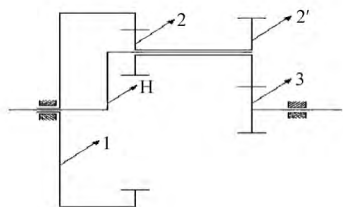


图 1 传动结构示意图

Fig. 1 Diagram of transmission structure

图 1 中, 1、2、2'、3、H 分别代表轮系中的内齿圈、小行星轮、大行星轮、太阳轮和行星轮架, 其中 1、3、H 的转动轴在一条直线上。\$T_1\$ 表示内齿圈 1 的输入转矩, \$T_3\$ 表示太阳轮 3 的输入转矩。

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

故

$$n_H = \frac{r_1 r_2 n_1 + r_2 r_3 n_3}{r_1 r_2' + r_2 r_3}$$

因为齿轮 1 和 3 为主动件, 故 \$n_1\$ 和 \$n_3\$ 为已知值, 且 \$n_3 = \alpha n_1\$。

再结合运动方程^[4]

$$n_3 + \frac{r_2'}{r_3} n_2' - \left(1 - \frac{r_2'}{r_3}\right) n_H = 0$$

得各个构件转速及相对行星架转臂的转速见表 1。

表 1 NW 型行星轮系的运动学参量

Table 1 Kinematic parameter of NW planetary gear system

	n_i	$n_i - n_H$
1	n_1	$\frac{r_2 r_3 (1 - \alpha) n_1}{r_1 r_2' + r_2 r_3}$
2	$\frac{r_1 r_2 (r_3 + r_2') n_1 + r_2 r_3 (r_2 - r_1) n_3}{r_2' (r_1 r_2' + r_2 r_3)}$	$\frac{r_1 r_3 (1 - \alpha) n_1}{r_1 r_2' + r_2 r_3}$
2'	n_2	$\frac{r_1 r_3 (1 - \alpha) n_1}{r_1 r_2' + r_2 r_3}$
3	αn_1	$-\frac{r_1 r_2 (1 - \alpha) n_1}{r_1 r_2' + r_2 r_3}$

2 齿数比的优化分配

对行星轮系来, 体积的缩小不仅意味着节约了材料, 减少了空间占用, 还意味着适应性更强, 可靠

2016 年 6 月 14 日收到

第一作者简介: 梁鹏飞 (1989—), 硕士研究生。研究方向: 机械设计及理论。E-mail: 1041318472@qq.com。

性更高。故以行星轮系的体积最小化为目标建立数学模型^[5]。

行星轮系的体积受强度的影响,接触应力及许用应力计算公式为^[6]

$$\sigma_{H1} = Z_{E1} Z_{H1} Z_{\varepsilon1} \sqrt{\frac{K_1 F_{t1} (\mu_1 - 1)}{b_1 d_1 \mu_1}} \leq [\sigma]_{H1}。$$

式中, μ_1 是内齿圈 1 与小行星轮 2 的齿数比; μ_2 表示大行星轮 2' 和太阳轮 3 的齿数比; K_1 为载荷系数; $F_{t1} = 2T_1 / (kd_1)$; k 表示行星轮的个数; $[\sigma]_{H1} = \sigma_{Hlim1} Z_{N1} / S_{H1}$ 。

令

$$A_1 = \left(\frac{Z_{E1} Z_{H1} Z_{\varepsilon1} S_{H1}}{\sigma_{Hlim1} Z_{N1}} \right)^2 K_1。$$

故

$$b_1 d_1^2 = A_1 \frac{2T_1 (\mu_1 - 1)}{k\mu_1}。$$

同理可得

$$b_2 d_2^2 = A_2 \frac{2T_3 (\mu_2 + 1)}{k\mu_2};$$

$$b_3 d_3^2 = A_3 \frac{2T_3 (\mu_2 + 1)}{k\mu_2}。$$

为简化计算,用齿轮分度圆圆柱体代替齿轮体积进行计算,

行星轮系的总体积为

$$V = \frac{\pi}{4} (b_1 d_1^2 + b_2 d_2^2 + b_3 d_3^2)。$$

即

$$V = \frac{\pi}{2k} \left[T_1 A_1 \left(1 - \frac{1}{\mu_1} \right) + T_3 (A_2 + A_3) \left(1 + \frac{1}{\mu_2} \right) \right]。$$

又 μ_1, μ_2 的取值范围为^[7]

$$2.4 \leq \mu_1 \leq 4.8; 1.2 \leq \mu_2 \leq 4.2。$$

为使体积最小,取 $\mu_1 = 4.8, \mu_2 = 1.2$ 。

3 可靠度模型

由于点蚀是齿轮失效的主要形式。只考虑点蚀疲劳导致的系统失效。

3.1 内齿圈的可靠度模型

大量研究表明,齿轮点蚀疲劳寿命的可靠度和应力循环次数具有以下关系^[8]。

$$\ln \frac{1}{R(t)} = \ln \frac{1}{0.90} \left(\frac{l}{l_{10}} \right)^{\beta_s} \quad (1)$$

式(1)中, $R(t)$ 表示齿轮单个轮齿的可靠度; l 表示齿轮接触面上的应力循环次数; l_{10} 表示齿面失效概率为 10% 时的应力循环次数; β_s 是齿轮的威布尔指数。

研究表明,当齿面失效概率为 10% 时,单个轮

齿载荷和寿命之间具有以下关系^[8]。

$$l_{10} = \left(\frac{C}{F_t} \right)^{\varepsilon_s} \quad (2)$$

$$C = B f' \rho_s \quad (3)$$

式中, F_t 表示轮齿受到的切向力; ε_s 是直齿轮的威布尔疲劳寿命系数(一般取 4.3); C 表示额定动载荷; f' 表示有效齿宽; ρ_s 表示综合曲率半径; 对于钢制材料的齿轮, B 一般取常数 135 MPa。

设 l 表示一对内啮合齿轮轮齿的应力循环次数,以内齿圈的百万转数为单位,将其定义为寿命; N 表示行星传动中齿轮相对行星架的应力循环次数,以内齿圈的百万转数为单位,将其定义为当量寿命。由于内齿圈同时与 k 个行星轮啮合,故内齿圈的每个轮齿承受 kN_1 次应力循环^[2]。根据表 1 可知

$$l_1 = \frac{kN_1 r_2 r_3 (1 - \alpha)}{r_1 r_2 + r_2 r_3} \quad (4)$$

齿轮各个轮齿之间组成的是一个串联系统,根据串联系统可靠性乘积模型^[9],若单个轮齿的可靠度为 $R(t)$, 则有 z_1 个齿的内齿圈的可靠度为

$$R_1(t) = [R(t)]^{z_1} \quad (5)$$

由式(1)、式(4)、式(5)得内齿圈 1 的可靠度表达式为

$$\ln \frac{1}{R_1(t)} = z_1 \ln \frac{1}{0.90} \left[\frac{kN_1 r_2 r_3 (1 - \alpha)}{(r_1 r_2 + r_2 r_3) l_{1,10}} \right]^{\beta_s}。$$

式中, N_1 是内齿圈 1 可靠度为 $R(t)$ 时的当量寿命; $l_{1,10}$ 为内齿圈可靠度为 0.90 时单个轮齿的寿命。当失效概率为 0.10 时,当量寿命 $N_{1,10}$ 为

$$N_{1,10} = \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3}{k r_2 r_3 (1 - \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} \right)^{\frac{1}{\beta_s}} l_{1,10}。$$

又 $F_t = \frac{T_1}{k r_1}$, 结合式(2)、式(3),可得内齿圈 1

的当量动载荷 D_1 为

$$D_1 = k r_1 C_1 \left(\frac{1}{z_1} \right)^{\frac{1}{\beta_s \varepsilon_s}} \left[\frac{r_1 r_2 + r_2 r_3}{k r_2 r_3 (1 - \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta_s}}$$

当内齿圈失效概率为 0.10 时,内齿圈载荷与寿命的关系式是

$$N_{1,10} = \left(\frac{D_1}{T_1} \right)^{\varepsilon_s}。$$

故,内齿圈 1 的可靠度为

$$R_1(t) = 0.90 \left(\frac{N_1}{N_{1,10}} \right)^{\beta_s}。$$

3.2 其余构件的可靠度模型

根据内齿圈 1 的可靠度模型的推导过程,易得小行星轮 2、大行星轮 2' 以及太阳轮 3 的可靠度模型见表 2。

3.3 系统的可靠度

由于系统各个构件是串联关系,故系统的可靠

度服从乘积模型^[8]

表 2 各构件的当量动载荷、寿命及可靠度数据
Table 2 Other parts data of equivalent dynamic load, life and reliability

	D_i	$N_{i,10}$	$R_i(t)$
行星轮 2	$kr_2C_1\left(\frac{1}{z_2}\right)^{\frac{1}{\beta_s}}\left[\frac{r_1r_2+r_2r_3}{kr_1r_3(1-\alpha)}\right]^{\frac{1}{\beta_s}}$	$(D_2/T_1)^{\varepsilon_s}$	$0.90\left(\frac{N_2}{N_{2,10}}\right)^{\beta_s}$
行星轮 2'	$kr_2C_3\left(\frac{1}{z_2}\right)^{\frac{1}{\beta_s}}\left[\frac{r_1r_2+r_2r_3}{kr_1r_3(1-\alpha)}\right]^{\frac{1}{\beta_s}}$	$(D_2/T_3)^{\varepsilon_s}$	$0.90\left(\frac{N_2}{N_{2,10}}\right)^{\beta_s}$
太阳轮 3	$kr_3C_3\left(\frac{1}{z_3}\right)^{\frac{1}{\beta_s}}\left[\frac{r_1r_2+r_2r_3}{kr_1r_3(1-\alpha)}\right]^{\frac{1}{\beta_s}}$	$(D_3/T_3)^{\varepsilon_s}$	$0.90\left(\frac{N_3}{N_{3,10}}\right)^{\beta_s}$

$R(t) = R_1(t) R_2^k(t) R_2^k(t) R_3(t)$,即

$$\ln \frac{1}{R(t)} = \ln \frac{1}{0.90} \left[\left(\frac{N_1}{N_{1,10}} \right)^{\beta_s} + k \left(\frac{N_2}{N_{2,10}} \right)^{\beta_s} + \right.$$

表 3 某电动工具中行星传动系统各方案的数据
Table 3 Data of an Example

	z_1	z_2	z_2'	z_3	f/m	a	T_3	$C_1 /$ N	$C_3 /$ N	$D_1 /$ (N·m)	$D_2 /$ (N·m)	$D_2' /$ (N·m)	$D_3 /$ (N·m)	$N_{1,10} /$ 10 ⁶ 转	$N_{2,10} /$ 10 ⁶ 转	$N_{2',10} /$ 10 ⁶ 转	$N_{3,10} /$ 10 ⁶ 转
方案 1	96	20	36	30	24	0.6	50	67 189	9 067	29 688	7 693	1 974	1 688	2 652	7.97	7.32	3.73
方案 2	96	20	36	30	24	0.5	50	67 189	9 067	31 278	8 108	2 081	1 778	3 320	10	9.18	4.67
方案 3	96	20	36	30	24	0.4	50	67 189	9 067	32 623	8 457	2 170	1 855	3 978	11.98	11	5.6
方案 4	96	20	36	30	24	0.2	50	67 189	9 067	34 881	9 042	2 320	1 983	5 305	16	14.66	7.46
方案 5	120	25	36	30	24	0.5	50	83 986	9 067	49 882	12 936	2 080	1 778	24 701	74.5	9.16	4.67
方案 6	72	15	24	20	24	0.5	50	50 391	6 044	17 124	4 441	890	761	249	0.751	0.238	0.121
方案 7	96	20	30	25	24	0.5	50	67 189	7 556	31 270	8 109	1 420	1 214	3 316	10	1.78	0.905
方案 8	96	20	36	30	24	0.5	50	67 189	9 067	31 270	8 109	2 080	1 778	3 316	10	9.16	4.67
方案 9	96	20	36	30	48	0.5	50	134 377	18 133	62 539	16 217	4 160	3 556	65 314	197	180.5	91.95
方案 10	96	20	36	30	36	0.5	50	100 782	13 600	46 904	12 163	3 120	2 667	18 957	57.18	52.4	26.69
方案 11	96	20	36	30	24	0.5	60	67 189	9 067	31 270	8 109	2 080	1 778	3 316	10	4.18	2.13
方案 12	96	20	36	30	24	0.5	40	67 189	9 067	31 270	8 109	2 080	1 778	3 316	10	23.9	12.19
方案 13	96	20	36	30	24	0.5	30	67 189	9 067	31 270	8 109	2 080	1 778	3 316	10	82.4	41.98

以横坐标表示当量寿命,以纵坐标表示可靠度,根据式(6)绘制系统和太阳轮的可靠度分布曲线图(图2~图7)。图2是根据方案1~4绘制的图像,从中可以看出,在一个输入转速不变的情况下,轮系的可靠度随速比系数 α 的增大而下降,再结合图6易得 α 的增大使太阳轮3的可靠度下降,从而导致了整个NW型行星轮系的可靠度下降。图3是根据方案5~8绘制的图像,从中可以看出,齿数的合理配置,对行星轮系的可靠度有着举足轻重的作用,再结合图7易得,太阳轮的齿数配置尤为关键,对整个系统的可靠度起着决定性作用。图4表明,系统的可靠度随着齿宽的减小而减小。从图5中可以清楚地看出,系统的可靠度随着负载的增大而急剧下降,这表明电动工具的堵转或过载将会导致齿轮的磨损加剧、传动性能恶化以及使用寿命迅速下降。

$$k \left(\frac{N_2}{N_{2',10}} \right)^{\beta_s} + \left(\frac{N_3}{N_{3,10}} \right)^{\beta_s} \quad (6)$$

式(6)中, β_s 是齿轮的威布尔指数,且 $\beta_s = 2.5$ 。

4 实例及图解分析

以应用于某电动工具中的NW型双自由度行星传动系统(其传动结构如图1所示)为例,分析转速分配因数 α 、负载和齿宽等因素对系统及太阳轮3可靠度的影响。实例中取钢制齿轮模数为3mm,节圆压力角 20° ,大、小行星轮的个数均为3个,输入转矩 $T_1 = 191 \text{ N} \cdot \text{m}$,齿圈1的输入转速 $n = 1\,000 \text{ r/min}$ 。为实现体积最小模型中的传动比和满足尺寸约束条件,取 $\mu_1 = 1.2$ 、 $\mu_2 = 4.8$,设计了13种方案,各方案的数据如表3所示。表3中有效齿宽取为理论齿宽的三分之一。

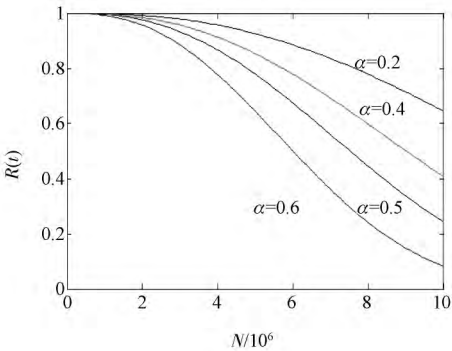


图 2 速比 α 对系统可靠度的影响
Fig. 2 Speed ratio's effect to reliability of system

5 结论

本文将传动比的优化模型和NGW型行星轮系的可靠度设计理论相结合,建立了NW型双自由度

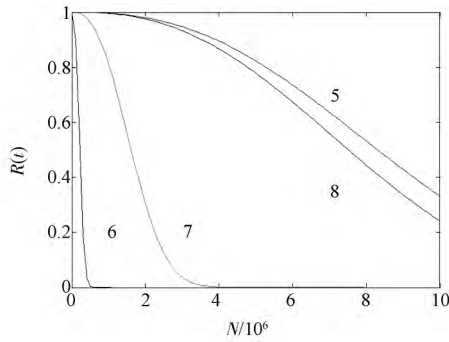


图3 齿数分配对系统可靠度影响

Fig. 3 Allocation of tooth number's effect to reliability of system

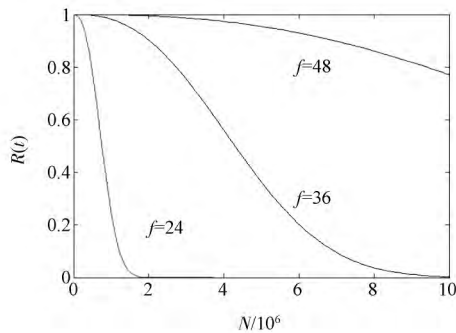


图4 齿宽对系统可靠度的影响

Fig. 4 Face width's effect to reliability of system

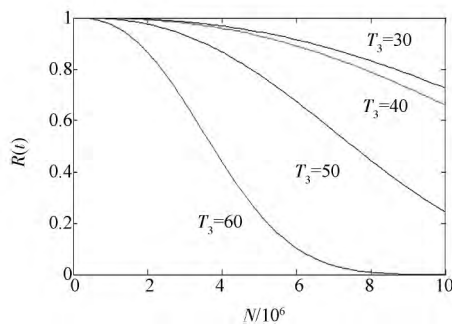


图5 转矩对系统可靠度的影响

Fig. 5 Torque's effect to reliability of system

行星轮系的可靠度模型,并结合实例绘制出了行星轮系构件和系统与当量寿命的分布曲线,研究了速比分配系数、齿宽和负载等因素对太阳轮以及整个系统可靠度的影响。

参 考 文 献

- 1 Zhang L, Wang Y, Wu K. Dynamic modeling and vibration characteristics of a two-stage closed-form planetary gear train. Mechanism and Machine Theory 2016; 97: 12—28
- 2 胡青春,段福海,吴上生. 封闭行星齿轮传动系统的可靠性研究. 中国机械工程 2007; 18(2): 146—149
Hu Qingchun, Duan Fuhai, Wu Shangsheng. Research on reliability

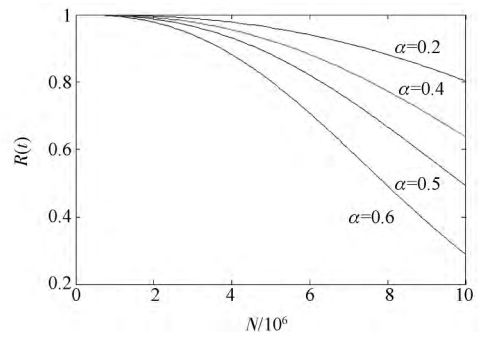
图6 速比 α 对太阳轮可靠度的影响

Fig. 6 Speed ratio's effect to reliability of sun gear

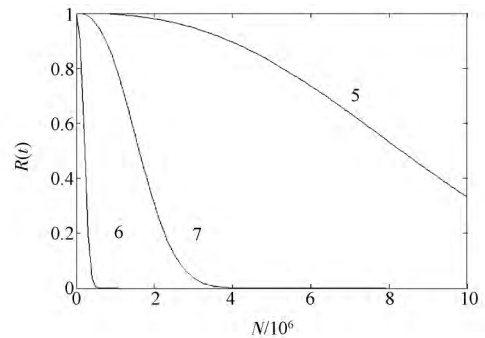


图7 齿数配置对太阳轮可靠度的影响

Fig. 7 Allocation of tooth number's effect to reliability of sun gear

of closed planetary transmission systems. China Mechanical Engineering 2007; 18(2): 146—149

- 3 张俊,宋轶民. NW型直齿行星传动的动力学建模与固有特性分析. 天津大学学报 2011; 44(8): 677—682
Zhang Jun, Song Yimin. Dynamic modeling and eigenvalue evaluation of nw spur planetary gear unit. Journal of Tianjin University 2011; 44(8): 677—682
- 4 饶振纲. 行星齿轮传动设计. 北京: 化学工业出版社, 2003: 209—224
Rao Zhengang. Planetary gear transmission design. Beijing: Chemistry Industry Press 2003: 209—224
- 5 张金香. 基于 MATLAB 的汽车行星齿轮传动的可靠性优化设计. 科学技术与工程 2008; 8(23): 6418—6420
Zhang Jinxiang. Based on MATLAB car planetary gear transmission reliability of the optimal design. Science Technology and Engineering, 2008; 8(23): 6418—6420
- 6 陆凤仪,钟守炎. 机械设计(第二版). 北京: 机械工业出版社, 2011: 131—160
Lu Fengyi, Zhong Shouyan. Mechanical design(the second version). Beijing: China Machine Press 2011: 131—160
- 7 饶振纲. 行星齿轮传动设计. 北京: 化学工业出版社, 2003: 42—46
Rao Zhengang. Planetary gear transmission design. Beijing: Chemistry Industry Press 2003: 42—46
- 8 Savage M, Paridon C A, Coy J J. Reliability model for planetary gear trains. Transactions of the ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983; 105: 291—297

- 9 陈晓平, 陈文华, 许家清, 等. 串联结构产品可靠性建模与统计分析. 中国机械工程 2015; 26(12) : 1607—1610
Chen Xiaoping, Chen Wenhua, Xu Jiaqing *et al.* Reliability modeling

and statistical analysis for series structural products. China Mechanical Engineering 2015; 26(12) : 1607—1610

Research on Reliability of NW Planetary Gear System with Two Degrees of Freedom

LIANG Peng-fei, LIANG Yong-zhi, WANG Hong-li

(College of Mechanical Engineering Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, P. R. China)

[Abstract] By developing the tooth number optimization model and reliability model of NW planetary gear system with two degrees of freedom, the expressions for the load-life of the components were deduced. The effects of load, face width, velocity ratio of partition coefficient and other factors to the sun and the reliability of the system were studied through some examples which were based on the tooth number optimization model. The results show that the appropriate allocation of tooth number especially the tooth number of the sun gear plays a very important role in the reliability of the system. The system reliability will decrease as the load and velocity ratio of partition coefficient increase, and the face width decreases if the input parameters of one power are constant. It provides some guidelines for the reliability design of planetary gear systems.

[Key words] two degrees of freedom planetary gear transmission tooth number optimization reliability

(上接第 197 页)

Effects of Temperature and Photoperiod on Energy Budget in *Eothenomys Miletus*

ZHU Wan-long¹, LUO Qian¹, LIU Jun², WANG Zheng-kun¹

(Key Laboratory of Ecological Adaptive Evolution and Conservation on Animals-Plants in Southwest Mountain Ecosystem of Yunnan Province Higher Institutes College, School of Life Sciences of Yunnan Normal University¹, Kunming 650500, P. R. China;
Lianyungang Normal College², Lianyungang 222006, P. R. China)

[Abstract] In order to investigate the effects of temperature and photoperiod on energy budget in *Eothenomys miletus*, body mass, energy intake, digestive energy, metabolize energy, fecal and urine energy, digestibility and metabolism were measured under cold and short photoperiod(5-SD), cold and long photoperiod(5-LD), warm and short photoperiod(30-SD), warm and long photoperiod(30-LD) conditions. The results showed body mass decreased, but energy intake, digestive energy and metabolize energy increased significantly under 5-SD and 5-LD groups. Body mass increased, energy intake, digestive energy and metabolize energy decreased significantly under 30-SD and 30-LD groups. Fecal and urine energy, digestibility and metabolism appeared no significant differences among four groups. Characteristics of energy budget in *E. miletus* was more sensitive to temperature. All of these results showed that temperature is the important factor influencing the energy balance strategy in *E. miletus*. *E. miletus* induced body mass loss, increased food intake were impotent in resistance to cold temperature to maintain energy balance.

[Key words] *Eothenomys miletus* temperature photoperiod